CURSO DE NIVELACIÓN 2012

EJERCITARIO PRÁCTICO

DE

MATEMÁTICA II

2012

EJERCITARIO PRÁCTICO DE MATEMÁTICA II

GEOMETRIA PLANA

ÁNGULOS

1. Dos ángulos que tienen el mismo vértice y un lado común, están situados a un mismo lado del lado común y se diferencian en 60º, hallar el ángulo formado por sus bisectrices.

Respuesta: 30º

2. Se tienen dos ángulos consecutivos cuya suma es 120º. Si la relación entre sus suplementos es 2, hallar el menor de dichos ángulos.

Respuesta: 20º

3. Si el complemento de A es al suplemento de B como el suplemento de A es al complemento de B, hallar el menor de los ángulos si A – B = 50º.

Respuesta: 110º

4. Se tienen dos ángulos consecutivos AOB y BOC y se traza la bisectriz ON del ángulo BOC. Hallar el ángulo AOC, sabiendo que la suma de los ángulos AOC y AOB es igual a 140º y la diferencia de los ángulos AOB y BON es 20º.

Respuesta: 95º

5. Calcular el valor de un ángulo si el suplemento del complemento del suplemento de 4 veces el ángulo es igual al suplemento del complemento del complemento del ángulo.

Respuesta: 30º

6. Si el suplemento del complemento de la mitad del mayor ángulo que forman la bisectriz del ángulo adyacente a un ángulo B y el lado no común es de 140º, hallar el ángulo B.

Respuesta: 20º

TRIÁNGULOS

7. Sobre los lados de un triángulo ABC se construyen los triángulos equiláteros BPC, CQA, ARB. Demuéstrese que los segmentos AP, BQ, CR son iguales.

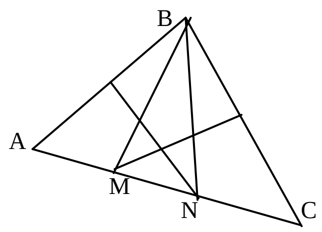
8. Las bisectrices de dos ángulos exteriores B y C de un triángulo cualquiera ABC se encuentran en P. Demuestre que la suma del ángulo P y la mitad del A es igual a un recto

9. Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 3,57 cm y la hipotenusa 7,14 cm. Hallar el ángulo formado por las bisectrices de los ángulos agudos del triángulo.

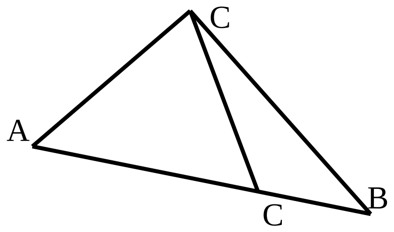
Respuesta: 135º

10. En el triángulo acutángulo ABC, las mediatrices de los lados AB y BC cortan al lado AC en los puntos M y N, respectivamente. Calcular el ángulo ABC sabiendo que el ángulo MBN mide 20º.

Respuesta: 80º



11. Demuéstrese que $\overline{AB}+\overline{BC}>\overline{DC}$



12. Demostrar que en todo triángulo la suma de las alturas es menor que el perímetro del triángulo

13. En un triángulo BAC, rectángulo en A, AP es la bisectriz del ángulo A y P el punto de intersección de la misma con la hipotenusa BC. Sea PR perpendicular a BC, donde R es la intersección de la recta PR y AC. Demostrar que $\overline{\mathrm{PR}}=\overline{\mathrm{BP}}$.

14. Si por el punto de intersección de la bisectriz de un ángulo de un triángulo con el lado opuesto se trazan rectas paralelas a las que contienen los otros dos lados, demostrar que los segmentos de estas paralelas, de extremos en dicho punto y la intersección, son iguales.

15. Dado dos triángulos ABC y ABD. Los vértices C y D están en un mismo semiplano determinado por la recta del lado común AB y C está fuera del triángulo ABD. Demostrar que si $\overline{AC}=\overline{AD}$, $\overline{BC}\neq\overline{BD}$.

16. Si uno de los ángulos iguales de un triángulo isósceles es $\dfrac{5}{9}$ de un recto, demostrar que el triángulo no puede ser rectángulo.

POLÍGONOS

17. Un polígono regular tiene tres lados más que otro polígono regular y los ángulos de aquel tienen 27º más que los de éste. Determinar dichos polígonos.

Respuesta: pentágono regular; octógono regular

18. De cuántos lados es un polígono que tiene 35 diagonales.

Respuesta: n=10

LUGAR GEOMÉTRICO

19. En los lados del ángulo XOY, se toman $\overline{OA}=\overline{OB}$. Sobre AB se construye un triángulo APB en que $\overline{AP}>\overline{BP}$, demostrar que OP no es la bisectriz del ángulo.

20. Si por el punto medio M del segmento $\overline{AB}$ se traza CM oblicua a AB, demostrar que $\overline{CA}\neq\overline{CB}$.

CUADRILÁTEROS

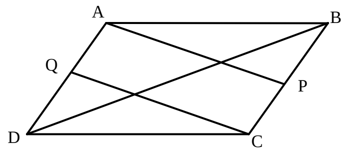
21. Hallar los valores de los dos ángulos desiguales de un trapecio isósceles, sabiendo que los lados no paralelos forman un ángulo de $57°34'12''$.

Respuesta: $61°12'54''$ y $118°47'06''$

22. MNPQ es un cuadrado inscripto en un triángulo equilátero ABC. M y N se encuentran sobre el lado BC. AA’ es la altura relativa al lado a. Demostrar que AM es la bisectriz del ángulo BAA’

23. Demostrar que la suma de las distancias de dos vértices opuestos de un paralelogramo a una recta exterior al mismo, es igual a la suma de las distancias de los otros dos vértices a la misma recta.

24. En un paralelogramo ABCD, Q es el punto medio de $\overline{AD}$, y P punto medio de $\overline{BC}$. Demuéstrese que BQ y DP trisectan al segmento $\overline{AC}$.



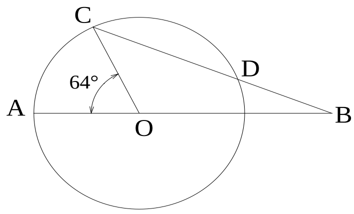
25. Se tiene un triángulo ABC en el cual por el vértice C se traza CN perpendicular a la bisectriz exterior del ángulo B. Hallar la distancia de N al punto medio del lado AC, siendo $\overline{AB} = 4\,m$ y $\overline{BC} = 8\,m$.

Respuesta: 6 m

CIRCUNFERENCIA

26. Hallar el valor del ángulo ABC siendo $\overline{BD} = \overline{OA}$.

Respuesta: $21°20'$



27. Tres circunferencias son tangentes exteriormente en A, B y C. Las rectas AB y AC cortan en D y E a la circunferencia BC. Demostrar que $\overline{DE}$ es un diámetro de esta circunferencia.

28. Por el centro de una circunferencia dada se trazan dos rectas perpendiculares entre sí. Una tangente a dicha circunferencia corta a dichas rectas en los puntos A y B. Demostrar que las tangentes a la circunferencia trazadas por A y B son paralelas entre sí.

29. Demostrar que el triángulo determinado por los puntos de tangencia de una circunferencia inscripta en un triángulo con la recta que contiene a los lados del mismo, es acutángulo.

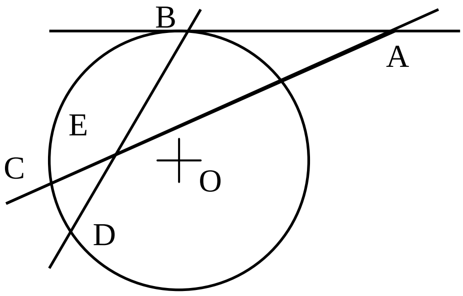
30. En una circunferencia de centro O se toma un arco $\overset{\frown}{BC} = 120°$. Se traza la cuerda $\overline{BC}$ y las tangentes en B y C, las cuales se cortan en un punto exterior A. Sobre el referido arco $\overset{\frown}{BC}$ se toma un punto M y se trazan la secante BM la cual corta a AC en D y la secante CM que corta a AB en E. Demostrar que cualquiera sea la posición del punto M sobre el arco $\overset{\frown}{BC}$ la suma $\overline{AD} + \overline{AE} = cte.$

31. En un triángulo ABC sobre los lados BC y AC se toman los puntos P y Q de tal manera que el ángulo PAQ = 32º. Calcular el ángulo ABQ siendo ABP = PQC = 70º.

Respuesta: 38º

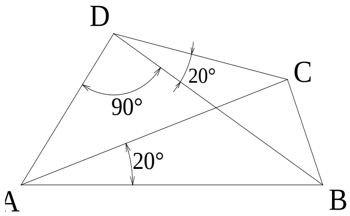
32. Si por los puntos de intersección de dos circunferencias que se cortan, se trazan secantes a las circunferencias, demostrar que las rectas determinadas por los extremos de las secantes en cada circunferencia son paralelas.

PROPORCIONALIDAD – SEMEJANZAS



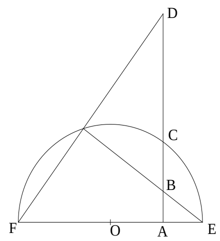
33. Calcular la longitud de la tangente AB, sabiendo que $\overline{AC} = 20\ m$, $\overline{AE} = 17\ m$, $\overline{BE} = 6\ m$ y $\overline{ED} = 4\ m$.

Respuesta: $\overline{AB} = 13{,}416\ m$



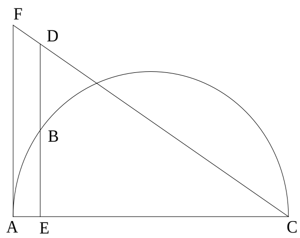
34. Calcular el valor del ángulo ACB.

Respuesta: 90º



35. Si la recta DA es perpendicular a FE; $\overline{BD} = 10\ m$ y $\overline{AB} = 3\ m$, calcular la longitud de AC.

Respuesta: $\overline{AC} = 6{,}245\ m$



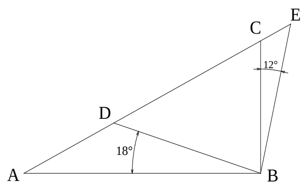
36. Siendo FA y DE perpendiculares a AC ; $\overline{AF} = 10\ m$; $\overline{BD} = \overline{BE} = 4\ m$, calcular la longitud del radio de la semicircunferencia ABC.

Respuesta: 5 m

37. En un triángulo se verifica que $\overline{BD} : \overline{DA} :: \overline{AE} : \overline{EC}$ y además M y N son los puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$. Demostrar que MN bisecta a $\overline{DE}$. El punto D se encuentra en AB y E en AC.

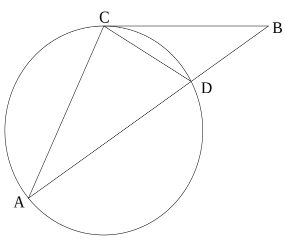
38. Dos circunferencia de radios R y r son tangentes exteriormente y d es la distancia del punto de tangencia a una recta tangente externa común a dichas circunferencias, demostrar que $d = \dfrac{2Rr}{R+r}$.

ÁREAS



39. Siendo el triángulo ABC rectángulo en B; $\overline{BD} = \overline{BE}$ y $\overline{AB} = 6\ m$, calcular su área.

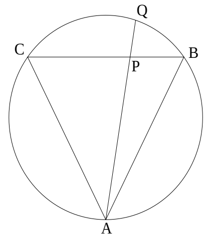
Respuesta: 10,3923 m^2



40. Siendo BC, tangente a la circunferencia; $\overline{CB} = 2{,}50\ m$; $\overline{CD} = 1{,}70\ m$ y $\overline{AB} = 4{,}40\ m$, calcular el área del triangulo ABC,

Respuesta: 3,5926 m^2

41. Siendo $\overline{CB} = 7\ m$; $\overline{AP} = 5\ m$ y $\overline{PQ} = 2{,}2\ m$, calcular el área del triangulo isósceles $ABC\left(\overline{AB} = \overline{AC}\right)$, indicado en la figura.



Respuesta: 17,0569 m^2

42. Se dan dos circunferencias tangentes exteriormente de 6 m y 2 m de radios. Calcular el área del triángulo que se forma con las tangentes comunes que se pueden trazar a las dos circunferencias.

Respuesta: 20,7846 m^2

43. Calcular el área de un rectángulo de 32 m de diagonal, sabiendo que es semejante a otro rectángulo de lados 6 m y 4 m.

Respuesta: 472,6154 m^2

44. Si la diagonal de un cuadrado mide 8 cm, calcular, en centímetros cuadrados, el área del segundo cuadrado, cuyo lado está con el del primero en la relación 3:4.

Respuesta: 18 cm^2

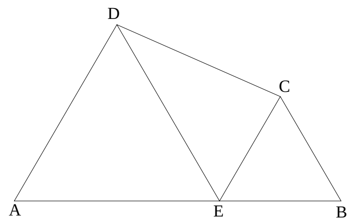
45. Calcular el área de un rombo de lado igual a 8 m, siendo el radio del círculo inscripto de 3 m.

Respuesta: 48 m^2

46. Las rectas que unen el punto medio de un lado con los vértices opuestos de un rombo miden 13 m y 9 m. Calcular el área de dicha figura.

Respuesta: 89,80 m^2

47. Calcular el área del cuadrilátero $ABCD$, siendo ADE y ECB triángulos equiláteros; $\overline{AE} = 2\ m$ y $\overline{EB} = 1\ m$.

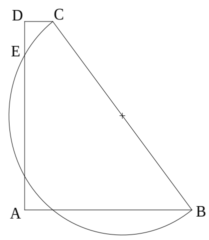


Respuesta: 3,0311 m^2

48. Se dan dos circunferencias tangentes exteriores, de 3 m y 5 m de radios. Calcular el área del trapecio que se forma con las tangentes exteriores comunes a las dos circunferencias y a las cuerdas que unen los puntos de contacto.

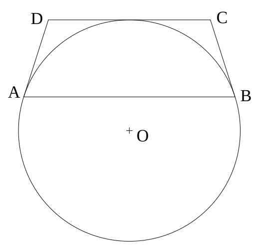
Respuesta: 58,0948 m^2

49. Calcular el área del trapecio rectángulo $ABCD$, indicada en la figura, siendo: $\overline{AB} = 30\ m$; $\overline{DE} = 10\ m$; $\overline{EA} = 28\ m$ y BEC semicircunferencia.



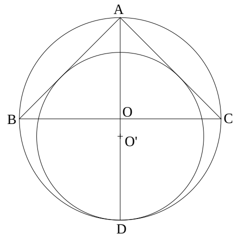
Respuesta: 747,33 m^2

50. Calcular el área del trapecio isósceles $ABCD$, cuyos lados AD, DC y CB son tangentes a la circunferencia O de 5 m de radio; $\overline{BC} = 3{,}60\ m$.



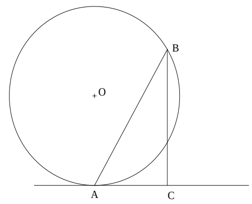
Respuesta: 28,48 m^2

51. Calcular el área del círculo O', siendo el círculo O' tangente al círculo O y tangente a los catetos AB y AC del triangulo rectángulo isósceles ABC y $\overline{OA} = 5\ m$. (adoptar π = 3,1416)



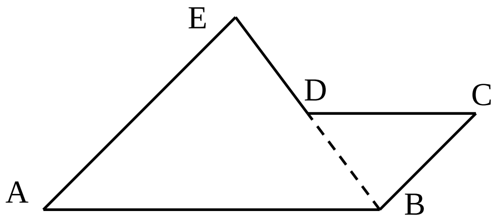
Respuesta: 53,90 m²

52. Calcular el área del círculo O, donde AC es tangente a la circunferencia y BC perpendicular a AC, y siendo que $\overline{AB} = 6\ m$ y $\overline{BC} = 5\ m$. (adoptar π = 3,14)



Respuesta: 40,6944 m²

53. Calcular el área del pentágono $ABCDE$, siendo AE paralela a BC; DC paralela a AB; $\overline{AB} = 40\ m$; E, D y B pertenecen a una misma recta; $\overline{BC} = 19\ m$; $\overline{CD} = 20\ m$ y $\overline{DB} = 13\ m$.



Respuesta: 595,73 m²

54. Hallar el área de un triangulo rectángulo inscripto en un círculo de 40 m de radio, siendo uno de los catetos igual al lado de un triangulo equilátero inscripto en dicho círculo.

Respuesta: 1.385,64 m²

55. Calcular el área de un triángulo equilátero inscripto en un cuadrado de 8 m de lado, de manera que uno de los vértices del cuadrado lo sea también del triángulo.

Respuesta: 29,70 m²

56. Un lado de un triángulo, la altura y la bisectriz que parten de uno de los extremos de aquel, miden 20 m, 12 m y 15 m, respectivamente. Calcular el área del triángulo.

Respuesta: 68,9231 m²

57. El perímetro de un triangulo es el doble del desarrollo de la circunferencia inscripta en el. Siendo el área del círculo 12 m², calcular la del triángulo.

Respuesta: 24 m²

58. Si la diferencia entre las áreas de dos triángulos equiláteros, uno inscripto y el otro circunscripto a un círculo, es de 12 m², calcular la longitud del lado del triangulo inscripto.

Respuesta: 1,75476 m

59. El perímetro de un cuadrado, aumentado en la diagonal, es igual al perímetro de un segundo cuadrado, cuya superficie es de 49 m². Calcular el área del primer cuadrado.

Respuesta: 26,7452 m²

60. La superficie de un rombo es de 96 m^2 y su lado es de 10 m. Calcular el área de otro rombo, semejante al anterior, cuya diagonal menor es de 15 m.

Respuesta: 150 m^2

61. Calcular el área de un trapecio rectángulo circunscripto a un círculo de 3 m de radio, sabiendo que el lado oblicuo forma con la base mayor un ángulo de 60°.

Respuesta: 38,7846 m^2

62. Un punto dista de una circunferencia 49 m, y el segmento de la recta tangente a ella, trazada desde el punto, mide 63 m. Calcular el área del círculo. (adoptar $\pi = 3{,}14$)

Respuesta: 803,84 m^2

63. Demostrar que en todo triángulo rectángulo BAC, se verifica: $\frac{1}{h_a^{\,2}} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$, siendo b y c los catetos y h_a la altura relativa a la hipotenusa.

64. El triángulo BAC, rectángulo en A y el triángulo isósceles ABD $\left(\overline{AD} = \overline{DB}\right)$, son equivalentes entre sí. Las rectas AD y BC se interceptan en el punto P. Calcular el área del triángulo ABP, sabiendo que $\overline{AC} = 3\,m$ y $\overline{BC} = 5\,m$.

Respuesta: 4 m^2

65. Calcular el área de un cuadrilátero, sabiendo que sus diagonales miden 7m y 16 m, respectivamente, y forman entre sí un ángulo de 150°.

Respuesta: 28 m^2

66. Si el radio exterior de una corona circular es de 7 m, y una cuerda de aquella, de 9 m, es dividida en tres partes iguales por la circunferencia interior, calcular el área de la corona.

Respuesta: 96,55 m^2

67. La base de un triángulo isósceles es de 36 m. Hallar el área de una corona determinada por la circunferencia que tenga como centro el vértice opuesto a la base, y pase por el vértice de la base, y otra circunferencia del mismo centro que el anterior y tangente a la base.

Respuesta: 1.017,88 m^2

68. Si la diferencia entre la superficie de un cuadrado y un rectángulo de 2 m de base, inscriptos en una circunferencia, es de 10 m^2, calcular el área del círculo.

Respuesta: 39,20 m^2 y 4,78 m^2

69. En un triángulo cuyos lados miden 91 m, 125 m y 204 m, respectivamente, se forma otro triángulo al considerar la recta paralela a la que contiene al lado mayor a una distancia de 7 m del vértice opuesto a dicho lado. Hallar el área del triángulo mencionado.

Respuesta: 142,80 m^2

70. Calcular el radio (R) de un círculo equivalente a la superficie de tres círculos dados (r_1, r_2, r_3)

Respuesta: $R^2 = r_1^{\,2} + r_2^{\,2} + r_3^{\,2}$

71. Si la diferencia entre la diagonal de un cuadrado y su lado es 6 m, hallar la superficie del cuadrado.

Respuesta: 209 m^2

72. Un trapecio tiene por bases 80 m y 60 m, y por altura 24 m. A 6 m de la base mayor, se traza una paralela que determina dos trapecios, determinar la superficie de cada uno.

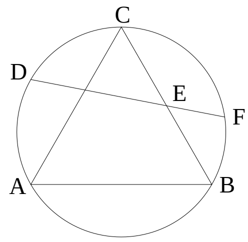
Respuesta: 1 215 m^2 y 465 m^2

73. El segmento de recta perpendicular a una recta secante que pasa por el centro de una circunferencia, de extremos en la circunferencia y el pie de la perpendicular es 6 m y su pie divide al diámetro en dos segmentos que están en la relación $\frac{2}{3}$. Calcular la longitud de la circunferencia.

Respuesta: 38,4765 m

74. Siendo ABC un triángulo equilátero inscripto en una circunferencia de radio $R = 8\,cm$; D punto medio del arco ADC y E punto medio del lado BC , calcular las longitudes $\overline{DE}$ y $\overline{EF}$

Respuesta: $\overline{DE} = 10{,}583\,m;\ \overline{EF} = 4{,}536\,m$



75. A dos circunferencias tangentes exteriormente, de radios 5 m y 3 m, se traza una secante tal, que la parte interceptada por la primera es de 6 m y la interceptada por la segunda, de 3,60 m. Calcular la longitud de la parte de secante exterior a las dos circunferencias.

Respuesta: 3,038 m

76. A dos circunferencias concéntricas de 3 m y 5 m de radio, se traza una secante tal, que la cuerda interceptada por la circunferencia mayor resulta dividida en tres partes iguales por la otra circunferencia. Calcular la longitud de dicha cuerda.

Respuesta: 8,485 m

77. Hallar el área de un triángulo equilátero, sabiendo que la distancia de un vértice al punto situado en la tercera parte del lado opuesto es de 3m.

Respuesta: 5,0106 m^2

78. Una cuerda dista del centro de la circunferencia 4 m y es dividida por un diámetro en dos segmentos de 6 m y 12 m. Calcular el radio de la circunferencia.

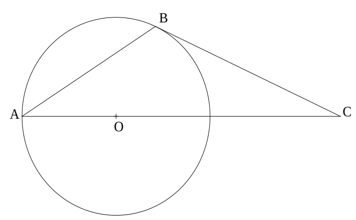
Respuesta: R = 9,85 m

79. Se dan dos circunferencias tangentes exteriormente, de radios 2 m y 3 m. Calcular la longitud de la parte de la tangente interior comprendida entre la recta que une los centros de aquellos y una de las tangentes exteriores comunes.

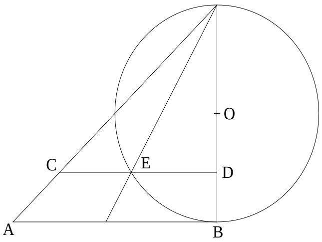
Respuesta: 2,45 m

80. Calcular la longitud del segmento BC, siendo la recta BC tangente a la circunferencia; B punto de tangencia; $\overline{AB} = 4\,m$ y $\overline{AO} = 2{,}5\,m$.

Respuesta: 8,571 m



81. Calcular la longitud de OD, siendo AB tangente a la circunferencia O e igual a su diámetro; E el punto medio de CD y $\overline{AB} = 4\,m$ (ver figura)



Respuesta: 1,2 m

82. Las tangentes AP y CR a una circunferencia dada son paralelas entre sí y la PR, también tangente a la circunferencia, les corta en P y R, respectivamente. Demostrar que variando la posición de PR se verifica que el producto $\overline{PQ} \cdot \overline{QR}$ es una constante, siendo Q el punto de tangencia.

83. En un círculo de radio $R = 25\,cm$, considérese una cuerda $\overline{AB} = 30\,cm$ y trácese la cuerda BC perpendicular al diámetro que pasa por A. Calcular la longitud de la cuerda BC.

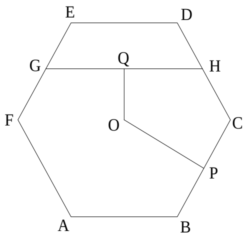
Respuesta: 24 cm

POLIGONOS REGULARES

84. Calcular el área del hexágono regular, cuya apotema es igual al triple del lado de otro hexágono regular de 32 m^2 de superficie.

Respuesta: 384 m^2

85. En la figura de abajo $ABCDEF$ es un hexágono regular. Calcular el área del trapecio $DEGH$, siendo $\overline{OP} = 3\,m$ y $\overline{OQ} = 0{,}8\,m$.



Respuesta: 10,42 m^2

TRIGONOMETRÍA

REDUCIR A SU FORMA MÁS SIMPLE, LAS SIGUIENTES EXPRESIONES:

86. $$\frac{\sec(\pi+\alpha)-\cos(\pi-\alpha)}{sen(-\alpha)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}$$

Respuesta: $\frac{1}{2}tg\ \alpha$

87. $$\frac{2\,cotg\left(2\pi+\alpha\right)\left[sec\left(\pi-\alpha\right)-cos\left(\pi+\alpha\right)\right]}{sen\left(2\pi-\alpha\right)-cos\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)}$$

Respuesta: 1

88. $$\frac{sen\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)cos\left(\pi-\alpha\right)sec\left(\pi+\alpha\right)cosec\left(-\alpha\right)}{tg\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)sec\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}$$

Respuesta: $sen\,\alpha$

89. $$\frac{sen\left(\pi+\alpha\right)sec\left(2\pi-\alpha\right)tg\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{cosec\left(\pi-\alpha\right)cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)tg\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}$$

Respuesta: $tg\alpha$

90. $$\frac{sen\left(\pi+\alpha\right)-3sen\left(2\pi-\alpha\right)-5sen\left(2\pi-\alpha\right)}{cos\left(4\pi-\alpha\right)}$$

Respuesta: $7\ tg\alpha$

91. $$sen\left[\left(2k+1\right)\pi+\alpha\right]-3\,sen\left(\pi-\alpha\right)-5\,sen\left(2\pi-\alpha\right)+cos^2\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)+cos^2\left(4\pi-\alpha\right)$$

Respuesta: $sen\alpha+1$

RESOLVER:

92. El arco a es del 2º cuadrante y b del 4º cuadrante, si $sen\alpha = \frac{2}{3}$ y $cos\, b = \frac{3}{4}$. Calcular $sen(a+b)$, utilizando las correspondientes fórmulas trigonométricas.

Respuesta: $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{35}}{12}$

93. El arco x es del 4º cuadrante y $sen\, x = \frac{1}{2}$; utilizando las correspondientes formulas trigonométricas, calcular $tg\, 2x$.

Respuesta: $-\sqrt{3}$

94. El arco m es del 1º cuadrante y $tg\, 2m = \frac{24}{7}$; utilizando las correspondientes formulas trigonométricas, calcular $tg\, \frac{m}{2}$.

Respuesta: $\frac{1}{3}$

95. El arco a es del 1^er cuadrante y $sen\, a = \frac{8}{17}$; el arco b es del 3^er cuadrante y $tg\, b = \frac{5}{12}$. Utilizando las correspondientes formulas trigonométricas, calcular $tg(a-b)$ y $sec(a+b)$.

Respuesta: $\frac{21}{220}$; $-\frac{221}{140}$

96. El arco a es del 2º cuadrante y $cos\, a = -\frac{12}{13}$; el arco b es del 1^er cuadrante y $cotg\, b = \frac{24}{7}$. Utilizando las correspondientes formulas trigonométricas, calcular $sen(a-b)$.

Respuesta: $\frac{204}{325}$

97. Se sabe que $cos\, 70° + cos\, 36° = 1{,}151$ y $cos\, 53° = 0{,}602$. Con estos datos, calcular $cos\, 17°$.

Respuesta: 0,956

98. Calcular el producto a por b, siendo a y b los valores máximo y mínimo que puede alcanzar y, sabiendo que $y = 5 - 3cos\, x$.

Respuesta: 16

SIMPLIFICAR LAS SIGUIENTES EXPRESIONES:

99. $\dfrac{2sen\dfrac{a}{2}}{cosa - 1}$

Respuesta: $-\cos ec\dfrac{\alpha}{2}$

100. $\dfrac{cos\dfrac{3\alpha}{2} - cos\dfrac{9\alpha}{2}}{sen 3\alpha\ sen\dfrac{3\alpha}{2}}$

Respuesta: 2

101. $\dfrac{\sqrt{1-sen^2\alpha}}{\sqrt{1-cos^2\alpha}} tg\ 2\alpha(sen\alpha + cos\alpha) sec^2\alpha(sen\alpha - cos\alpha)$

Respuesta: -2

102. $\dfrac{1}{2}(cos\, ec\, 2\alpha + cot\, 2\alpha)$

Respuesta: $\dfrac{1}{2}cotg\ \alpha$

103. $\dfrac{sen(a+b) + sen(a-b)}{cos(a-b) - cos(a+b)}$

Respuesta. $cotg\ b$

104. $(cot\, a - tga)\left[tg(45° + a) - tg(45° - a)\right]$

Respuesta: 4

105. $\dfrac{cos 3\alpha + cos\alpha + cos 7\alpha + cos 9\alpha}{sen 3\alpha + sen\alpha + sen 7\alpha + sen 9\alpha}$

Respuesta: $cotg\ 5\alpha$

106. $\dfrac{tg 2a}{1 + sec 2a} - \dfrac{sen(a-b)}{cos\, a\, cos\, b}$

Respuesta: $tg\ b$

107. $\dfrac{sen(2a-3b)+sen3b}{cos(2a-3b)+cos3b}$

Respuesta: tg a

TRANSFORMAR EN PRODUCTO

108. $1+tga$

Respuesta: $\sqrt{2}sen(45°+a)\sec a$

109. $1-cosa$

Respuesta: $2sen^2\dfrac{a}{2}$

110. $1+sena$

Respuesta: $2\ sen\left(45º+\dfrac{a}{2}\right)\cos\left(45º-\dfrac{a}{2}\right)$

EFECTUANDO TRANSFORMACIONES *EXCLUSIVAMENTE* EN EL PRIMER MIEMBRO VERIFICAR LAS SIGUIENTES IDENTIDADES:

111. $\dfrac{cotga+coseca}{sena-cotga-coseca}+seca=0$

112. $\dfrac{sena+tga}{cotga+coseca}=senatga$

113. $\dfrac{cos\,\alpha\,cotg\,\alpha-sen\,\alpha\,tg\,\alpha}{cosec\,\alpha-sec\,\alpha}=1+sen\,\alpha\,cos\,\alpha$

114. $cos(\alpha+\beta)cos(\alpha-\beta)=cos^2\alpha-sen^2\beta$

115. $\dfrac{2sen\alpha-sen2\alpha}{2sen\alpha+sen2\alpha}=tg^2\dfrac{\alpha}{2}$

116. $\dfrac{1-tg^2\dfrac{\alpha}{2}}{1+tg^2\dfrac{\alpha}{2}}=cos\,\alpha$

117. $\dfrac{sen\,3\alpha}{sen\,\alpha}-\dfrac{cos\,3\alpha}{cos\,\alpha}=2$

118. $\dfrac{sen\,2\alpha+sen\,4\alpha}{cos\,2\alpha+cos\,4\alpha}=tg\,3\alpha$

119. $\dfrac{cotg\,\frac{\alpha}{2}-tg\,\frac{\alpha}{2}}{cosec\,2\alpha+cotg\,2\alpha}=2$

120. $\dfrac{2sen\alpha+sen2\alpha}{2sen\alpha-sen2\alpha}=cot\,g^2\,\dfrac{\alpha}{2}$

121. $sen\,\alpha(3-4sen^2\alpha)=sen\,3\alpha$

122. $8\,cos^4\alpha-8\,cos^2\alpha+1=cos\,4\alpha$

123. Demostrar que si $\left(a+b+c=180°\right)$, se verifica: $tg\,a+tg\,b+tg\,c=tg\,a.tg\,b.tg\,c$.

124. Demostrar que si $\left(a+b+c=180°\right)$, se verifica: $cos^2 a+cos^2 b+cos^2 c+2\,cos\,a\,cos\,b\,cos\,c=1$

125. Demostrar que si $\left(a+b+c=180°\right)$, se verifica: $sen\,a+sen\,b+sen\,c=4\,cos\dfrac{a}{2}cos\dfrac{b}{2}cos\dfrac{c}{2}$.

126. Demostrar que si $\left(a+b=90°\right)$, se verifica: $\left(sen\,a+sen\,b\right)\left(cos\,a+cos\,b\right)=1+sen\,2a$.

RESOLVER LAS SIGUIENTES ECUACIONES, PARA EL MENOR ARCO POSITIVO:

127. $sec\,x\,cosec\,x=4\,tg\,x$

Respuesta: $x=30°$

128. $3\,tgx-15=-7\,sec\,x$

Respuesta: $x=51{,}46°$

129. $tg\,x+\sqrt{3}\,cotg\,x=1+\sqrt{3}$

Respuesta: $x=45°$

130. $\dfrac{2\,tg\,x+1}{2\,tg\,x-1}+\dfrac{2\,tg\,x-1}{2\,tg\,x+1}=\dfrac{1}{3}$

Respuesta: $x=45°$

131. $sen\,2x + cos\,x = 0$

Respuesta: $x = 90°$

132. $cos\,2x = 3 - 5\,sen\,x$

Respuesta: $x = 30°$

133. $tg\left(45 + x\right) - 3tg\;x = 2$

Respuesta: $x = 30°$

134. $sen(\,x - 12°\,) = sen\,x - sen12°$

Respuesta: $x = 0°$

135. $sen3x - senx = 0$

Respuesta: $x = 0°$

136. $sen\left(x - 2\pi\right)cos\left(-\dfrac{4\pi}{3}\right) + cos\left(\pi - x\right)sen\left(-\dfrac{4\pi}{3}\right) = -1$

Respuesta: $x = 30°$

137. $cos\,x - 3cos\dfrac{x}{2} = 4$

Respuesta: $x = 360°$

138. $sen\,x + cos\,x = -1$

Respuesta: $x = 180°$

139. $sen^4x + cos^4\,x = \dfrac{7}{8}$

Respuesta: $x_1 = \dfrac{\pi}{12}\,;\; x_2 = \dfrac{5\pi}{12}\,;\; x_3 = \dfrac{7\pi}{12}\,;\; x_4 = \dfrac{11\pi}{12}$

140. $sen\,7x + sen\,3x + 2\,sen^2x = 1$

Respuesta: $x_1 = \dfrac{\pi}{4}\,;\; x_2 = \dfrac{3\pi}{4}\,;\; x_3 = \dfrac{\pi}{30}\,;\; x_4 = \dfrac{\pi}{6}$

RESOLVER LAS SIGUIENTES ECUACIONES, PARA $0^{o} \leq x \leq 180^{o}$:

141. $cos\,x + 6\,cos^2\dfrac{x}{2} = 1$

Respuesta: $x = 120°$

142. $\dfrac{sen\,2x\,cosec\,x}{tg\,x} - cotg\,x\,sec\,x = 1$

Respuesta: $x_1 = 30°$; $x_2 = 150°$

RESOLVER LOS SIGUIENTES SISTEMAS DE ECUACIONES, PARA EL MENOR ARCO POSITIVO:

143. $\begin{cases} tg\,x + tg\,y = 2 \\ cos\,x\,cos\,y = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

Respuesta: $x = 45°$; $y = 45°$

144. $\begin{cases} sec\,x + tg\,y = 5 \\ sec\,x + cotg\,y = \dfrac{7}{3} \end{cases}$

Respuesta: $x = 60º$; $y = 71º\ 33'\ 54{,}18''$

145. $\begin{cases} sen\,x - sen\,y = 1 \\ cos\,x + cos\,y = \sqrt{3} \end{cases}$

Respuesta: $x = 30º$; $y = -30º$

146. $\dfrac{tg\,x}{3} = -tg\,y = tg\left(x + y\right)$

Respuesta: $x = 60º$; $y = -30º$

147. $\begin{cases} x + y = 300 \\ sen\,x + sen\,y = 1 \end{cases}$

Respuesta: $x = 150º$; $y = 150º$

148. $\begin{cases} x + y = \dfrac{\pi}{6} \\ sen\,x\,sen\,y = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

Respuesta: $x = 90º$; $y = -60º$

ELIMINAR EL PARÁMETRO **T**, EN LAS SIGUIENTES EXPRESIONES:

149. $\begin{cases} x = a\cos 2t \\ y = a\,sen\,t \end{cases}$

Respuesta: $ax + 2y^2 - a^2 = 0$

150. $\begin{cases} x = a\,sen\,t \\ y = b\cos\dfrac{t}{2} \end{cases}$

Respuesta: $\dfrac{y^2}{b^2} = 1 - \dfrac{b^2x^2}{4a^2}$

151. $\begin{cases} x\sec t = a \\ y\,cotg\,t = b \end{cases}$

Respuesta: $\dfrac{x^2}{a^2} = \dfrac{b^2}{b^2 + y^2}$

152. $\begin{cases} x = a\,tg\,t \\ y = b\sec t \end{cases}$

Respuesta: $\dfrac{a^2}{x^2 + a^2} = \dfrac{b^2}{y^2}$

TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

153. Calcular el ángulo B de un triángulo rectángulo, siendo: $a = 2452{,}157\,m$; $b + c = 3465{,}109\,m$.

Respuesta: $B = 42º\,42'\,42{,}5''$; $B = 47º\,17'\,17{,}5''$

154. Conociendo $a = 225\,m$ y $\dfrac{b}{c} = \dfrac{4}{3}$, calcular los elementos del triángulo rectángulo.

Respuesta: $b = 180\,m$; $c = 135\,m$; $B = 53º\,7'\,48{,}4''$; $C = 36º\,52'\,11{,}6''$

155. Calcular los elementos de un triángulo rectángulo de perímetro 72 m, sabiendo que $\dfrac{b}{c} = \dfrac{2}{3}$.

Respuesta: $a = 30{,}167\,m$; $b = 16{,}733\,m$; $c = 25{,}100\,m$; $B = 33º\,41'\,24{,}2''$;
$C = 56º\,18'\,35{,}8''$

156. Calcular los elementos de un triángulo rectángulo, sabiendo que se verifican las siguientes igualdades: $b = secC$; $c = cosecC$.

Respuesta: $a = 2\,m$; $b = 1{,}414\,m$; $c = 1{,}414\,m$; $B = 45º$; $C = 45º$

157. Calcular los elementos de un triángulo rectángulo, sabiendo que se verifica $\frac{b}{c} = \frac{3}{4}$, y que la distancia del vértice del ángulo recto a la hipotenusa es de 240 m.

Respuesta: $a = 500\,m$; $b = 300\,m$; $c = 400\,m$; $B = 36º\ 52'\ 11{,}6''$; $C = 53º\ 7'\ 48{,}4''$

158. Calcular los elementos de un triángulo rectángulo, sabiendo que la bisectriz de A divide al lado a en dos segmentos, que miden 182 m y 410 m.

Respuesta: $a = 592\,m$; $b = 541{,}085\,m$; $c = 240{,}189\,m$; $B = 66º\ 3'\ 48{,}4''$;
$C = 23º\ 56'\ 11{,}6''$

159. Calcular los elementos de un triángulo rectángulo, conociendo el radio del círculo inscripto $r = 23{,}458m$ y la relación de los catetos $\frac{b}{c} = \frac{1}{3}$.

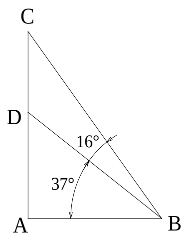
Respuesta: $a = 177{,}101\ m$; $b = 56{,}004\,m$; $c = 168{,}013\,m$; $B = 18º\ 26'\ 5{,}8''$;
$C = 71º\ 33'\ 54{,}2''$

160. El perímetro de un triángulo rectángulo es de 10219,56 m y el radio del círculo inscripto mide 789.36 m. Calcular los elementos del triángulo rectángulo.

Respuesta: $a = 4320{,}42\,m$; $b = 3745{,}22\,m$; $c = 2153{,}92\,m$; $B = 60º\ 5'\ 46{,}3''$;
$C = 29º\ 54'\ 13{,}7''$

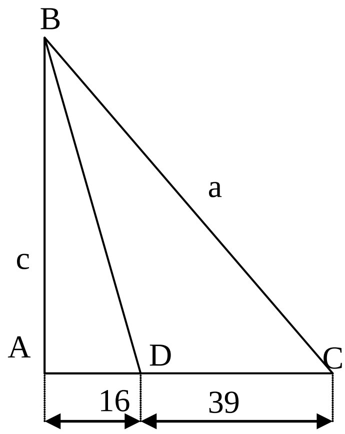
161. Calcular los elementos de un triángulo rectángulo, conociendo los radios de los círculos inscrito y circunscrito, $r = 3\,m$; $R = 9\,m$.

Respuesta: $a = 18m$; $b = 16{,}243\,m$; $c = 7{,}757\ m$; $B = 64º\ 28'\ 16{,}5''$;
$C = 25º\ 31'\ 43{,}5''$



162. El triángulo de la figura es rectángulo en A. Calcular el área del triángulo ABC. $\overline{AD} = 3\,m$.

Respuesta: 10,51 m^2



163. En el triángulo ABC, indicado en la figura, hallar **c**, siendo:
$$\begin{cases} DBC = 25°41'05'' \\ B = A\hat{D}B + D\hat{B}C \end{cases}$$

Respuesta: $c_1 = 68{,}1853431m \quad o \quad c_2 = 12{,}9059994\,m$

TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

164. El perímetro de un triángulo es de 3456 m y sus tres lados están en la misma relación que 2, 3 y 4. Hallar los elementos del triángulo.

Respuesta:
$a = 768\,m;\ b = 1152\,m;\ c = 1536\,m;\ A = 28^\circ 57'18{,}1'';\ B = 46^\circ 34'2{,}9'';\ C = 104^\circ 28'39''$

165. Hallar los tres ángulos de un triángulo, dadas las siguientes relaciones $\frac{a}{b} = \frac{4}{3};\ \frac{b}{c} = \frac{3}{5}$.

Respuesta: $A = 53^\circ\ 7'\ 48{,}4''$; $B = 36^\circ\ 52'11''$, $C = 90^\circ$

166. Calcular los elementos restantes de un triángulo, sabiendo que: $\frac{A}{B} = \frac{11}{27};\ \frac{B}{C} = \frac{27}{26};\ a = 2826{,}24\,m$.

Respuesta:
$b = 5332{,}67\,m;\ c = 5260{,}71\,m;\ A = 30^\circ\,56'15'';\ B = 75^\circ\,56'15'';\ C = 73^\circ\,07'30''$

167. Calcular el lado c de un triángulo, sabiendo que los otros dos lados miden $a = 75\,m$ y $b = 40\,m$, y que la suma de los ángulos opuestos es 112°.

Respuesta: $c = 70{,}55\ m$

168. Hallar los elementos restantes de un triángulo, sabiendo que: $a = 4506\,m$; . $A = 52^\circ\,26'14''$ y $b - c = 453\ m$.

Respuesta: $b = 5305{,}34\,m;\ c = 4852{,}34\,m;\ B = 68^\circ 57'21{,}2'';\ C = 58^\circ 36'24{,}8''$.

169. Calcular los elementos restantes de un triángulo, sabiendo que: $A = 43^\circ\,28'16''$; $B = 57^\circ\,33'28''$ y $a + b = 167\,m$.

Respuesta: $a = 75\,m;\ b = 92\,m;\ c = 107\,m;\ C = 78^\circ 58'16''$

170. Calcular los elementos restantes de un triángulo, sabiendo que: $c = 264\,m$ y se verifican las relaciones siguientes: $\frac{a}{b} = \frac{2}{3};\ \frac{senA}{senC} = \frac{3}{5}$.

Respuesta:
$a = 158{,}4\,m; b = 237{,}6\,m;\ A = 36^\circ 20'9{,}8'';\ B = 62^\circ 43'13{,}4'';\ C = 80^\circ 56'36{,}8''$

171. En un triángulo se da $a = 84\,m;\ b = 70\,m$ y se sabe que $sen\,A = tg\,B$, calcular los demás elementos del triángulo.

Respuesta: $c = 122{,}384\,m;\ A = 41^\circ 33'14'';\ B = 33^\circ 33'26{,}4'';\ C = 104^\circ 53'19{,}3''$

$c = 17{,}617\,m;\ A = 138^\circ 26'45{,}7'';\ B = 33^\circ 33'26{,}4'';\ C = 7^\circ 59'47{,}9''$

172. Calcular los elementos restantes de un triángulo, sabiendo que $a = 275\,m;\ b = 196\ m$ y $A = 2B$.

Respuesta: $c = 189{,}842\,m;\ A = 90^\circ 54'0{,}4'';\ B = 45^\circ 27'0{,}2'';\ C = 43^\circ 38'59{,}4''$

173. Calcular los elementos restantes de un triángulo, sabiendo que: $B = 77^o\,7'\,7''$; $h_a = 77m$; $b + c = 177m$

Respuesta:
$a = 78{,}250\,m;\ b = 98{,}012\,m;\ c = 78{,}988\,m;\ A = 51^o\,06'12{,}7'';\ C = 51^o\,46'\,40{,}3''$

174. Calcular los elementos restantes de un triángulo con los datos siguientes: $a = 78\,m$; $B = 54^o$ y $R = 60\,m$.

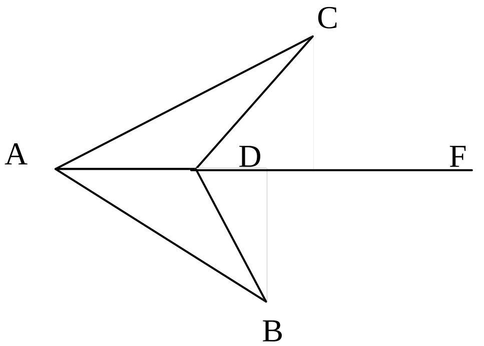
Respuesta: $b = 97{,}082\,m;\ c = 119{,}623\,m;\ A = 40^o\,32'\,29{,}8'';\ C = 85^o\,27'\,30{,}2''$

175. Calcular los elementos restantes de un triángulo, sabiendo que: $2p = 3874\,m$; $A = 74^o\,14'\,7{,}2''$ y $R = 870\,m$

Respuesta:
$a = 1674{,}550\,m;\ b = 1739{,}945\,m;\ c = 459{,}505\,m;\ B = 90^o\,27'\,7{,}8'';\ C = 15^o 18'\,45''$

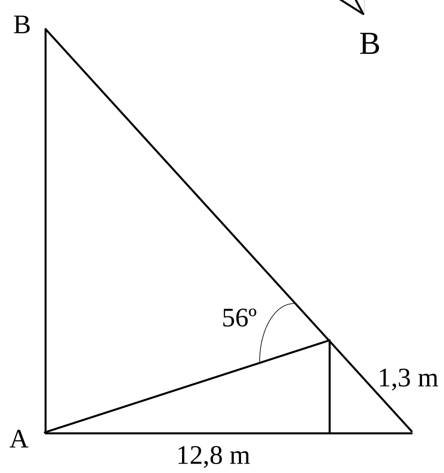
176. Hallar $B\hat{A}C$ siendo
$C\hat{D}E = 53^o\,39'12'';\ B\hat{D}E = 78^o\,27';\ \overline{AC} = 104\,m;$
$\overline{AD} = 55\,m;\ \overline{AB} = 69\,m$

Respuesta: $55°\,32'\,36{,}56''$



177. Hallar la altura AB con los datos de la figura

Respuesta: 16,663m



GEOMETRÍA DEL ESPACIO

PLANOS Y RECTAS

178. Por un punto exterior a un plano se trazan una perpendicular al plano y otra recta perpendicular a otra recta R del plano. Demostrar que la recta determinada por los dos pies de las perpendiculares, es perpendicular a la recta R.

179. Si se trazan a un plano tres oblicuas iguales y una perpendicular por un punto exterior, demostrar que el pie de la perpendicular es el centro de la circunferencia determinada por los pies de las oblicuas.

180. ¿Cuál es el lugar geométrico de los puntos de un plano equidistante de un punto exterior al plano? Demostrar.

POLIEDROS

181. El área total de un paralelepípedo rectángulo es igual a 144 m^2. Las tres dimensiones son $a;\ 2a\ \ y\ \ h = 6\,m$. Hallar la diagonal del paralelepípedo.

Respuesta: 9 m

182. En el triedro $O - ABC$, $A = 1Rt$ y $b = c = 45^{\circ}$. Calcular la cara a.

Respuesta: 60º

183. En un tetraedro ABCD de volumen 24 m^3, El segmento $\overline{CP} = 1{,}5\,m$ y $\overline{PD} = 4{,}5\,m$. Calcular el volumen del tetraedro ABCP.

Respuesta: 6 m^3

184. Calcular la altura de un tetraedro regular cuya área total mide $62{,}28\,cm^2$.

Respuesta: 4,90 cm

185. Las aristas de un cubo suman 24 m. Determine el valor de la diagonal y el área total del cubo.

Respuesta: 3,46 m; 24 m^2

186. Sea $ABCD - A'B'C'D'$ un paralelepípedo cualquiera. Demostrar que el plano ACB' corta a la diagonal BD' en un punto situado en la tercera parte de la misma.

187. Demostrar que en todo tetraedro las tres rectas que unen los puntos medios de las aristas opuestas son concurrentes.

188. Dos caras de un triedro miden 60° y 100°, ¿qué valor/es debe tener la tercera cara?

Respuesta: $40^{\circ} < \alpha < 160^{\circ}$

189. Probar que en todo cubo las diagonales forman ángulos iguales en cada una de las caras que pasan por uno de sus extremos.

190. Dado un cubo de arista **a**, calcular el volumen del poliedro que tiene por vértices a los centros de las caras del cubo.

Respuesta: $V = \frac{1}{6}a^3$

191. Dado un cubo de arista **a**, calcular el volumen del poliedro cuyos vértices son los cuatro vértices del cubo tales que tres cualquiera de ellos no pertenezcan a la misma cara.

Respuesta: $V = \frac{1}{3}a^3$

192. Hallar el área total de un tetraedro regular, cuya arista mide la longitud de un arco de 45°, correspondiente a una circunferencia de radio igual al lado de un cuadrado de 2 m^2 de superficie.

Respuesta: $A_t = 2{,}1347\,m^2$

PRISMAS

193. Calcular el área lateral de un prisma recto cuya base es un triángulo de lados 4 m, 6 m y 8 m y cuya altura mide 2 m.

Respuesta: 36 m^2

194. Calcular el área lateral y total de un prisma recto que tiene 6 cm de altura y cuya base es un hexágono regular que tiene 2 cm de lado.

Respuesta: $72\,cm^2$; $12\left(6+\sqrt{3}\right)cm^2$

195. Un prisma tiene por bases y caras laterales a rombos iguales entre si, siendo el lado de cada rombo igual a su diagonal menor que mide 1 cm. Calcular el volumen del prisma.

Respuesta: $\frac{\sqrt{2}}{2}cm^3$

196. Determinar el área total de un prisma regular hexagonal, cuya altura es igual al lado de la base, siendo el perímetro de ésta de 12,96 m.

Respuesta: 52,23 m^2

197. El área total de un prisma cuadrangular regular, cuya altura es el triple del lado de la base, mide 300 cm^2. Determinar el lado de la base y la altura.

Respuesta: 4,63 cm; 13,89 cm

198. La altura de un prisma recto mide 6 m, su base es un rectángulo cuyo lado mayor es el doble del menor. Sabiendo que su área total es 144 m^2, calcular la longitud de una de las diagonales del prisma.

Respuesta: 9 m

199. Demostrar que el volumen de un prisma triangular es igual al producto de una cara lateral cualquiera por la mitad de la distancia de esta cara a la arista opuesta.

200. Un depósito cúbico contiene 8000 ℓ de agua. Calcular cuántos litros se deben extraer para que su nivel descienda 60 cm.

Respuesta: 2400 ℓ

201. Hallar el área lateral de un prisma cuadrangular de 3,4 m de altura, cuya sección recta es un rectángulo de dimensiones 1,8 m y 0,8 m, y las aristas forman ángulos de 45° con la base.

Respuesta: $A_\ell = 25{,}0032\ m^2$

PIRAMIDES Y TRONCOS DE PIRAMIDES

202. Una pirámide cuadrangular de $\sqrt[3]{2}\, m$ de altura, es cortada por un plano paralelo al de la base, de manera que los poliedros resultantes son equivalentes. ¿Cuál es la distancia del vértice de la pirámide a dicho plano?

Respuesta: 1 m

203. En una pirámide $V-ABC$, $\overline{VA}=1m$ y forma con la base ABC un ángulo de 60°. Las caras VBC y ABC son triángulos isósceles, formando sus planos un ángulo de 30° entre si. El lado desigual es $\overline{BC}=2\,m$. Calcular el volumen de la pirámide.

Respuesta: $\frac{\sqrt{3}}{3} m^3$

204. La base de una pirámide es un triángulo cuyos lados miden 4,8 m; 6,4 m y 8 m. Si las aristas laterales miden todas 5 m. calcular el volumen de la pirámide.

Respuesta: $15{,}36\ m^3$

205. Calcular el área lateral de una pirámide hexagonal regular $V-ABCDEF$, sabiendo que el lado de la base mide 2 m y que la distancia AA' del vértice A a la arista lateral $\overline{VD}=2\sqrt{2}\,m$.

Respuesta: $6\sqrt{7}\,m^2$

206. Calcular la altura de una pirámide cuadrangular regular de 576 m^2 de área total, cuyas caras laterales forman ángulos de 60° con la base. Justificar el proceso.

Respuesta: 12 m

207. Las aristas laterales de una pirámide triangular regular son el doble del lado de la base. ¿Por qué número debe multiplicarse el área de la base para obtener el área total?

Respuesta: $3\sqrt{5}+1$

208. Una pirámide de 4 m de altura tiene por base un cuadrado de 3 m de lado y una de sus caras es un triángulo isósceles, cuyo plano es perpendicular al de la base. Hallar el área total de la pirámide.

Respuesta: $35{,}316\ m^2$

209. Las bases de dos pirámides regulares son cuadrados iguales de 3 m de lado, están situados en un mismo plano y tienen un lado común. Sabiendo que la altura de la primera pirámide es 8 m y su volumen es el doble que el de la segunda, calcular la distancia entre los vértices de las pirámides.

Respuesta: 5 m

210. Determinar el volumen de un tronco de pirámide regular hexagonal cuya arista lateral mide 10 cm, siendo las medidas de los lados de bases, 4 cm y 12 cm.

Respuesta: 1080,78 cm^3

211. Determine el área total de un tronco de pirámide regular cuadrangular de 0,40 m de altura y cuyos perímetros de bases miden 0,8 m y 3,2 m.

Respuesta: 1,68 m^2

212. Calcular la apotema de un tronco de pirámide cuadrangular regular de 40 cm de altura, sabiendo que las áreas de las bases, miden 400 cm^2 y 2.500 cm^2.

Respuesta: 50 cm

213. Demostrar que si se divide un lado de la base de una pirámide triangular en tres partes iguales, los planos determinados por los puntos de división con la recta que contiene a la arista lateral opuesta al lado considerado, dividen a la pirámide en tres partes equivalentes.

CILINDROS

214. Un depósito cilíndrico debe contener 2000ℓ de agua. Determinar su diámetro y altura, sabiendo que ésta debe ser $\dfrac{3}{2}$ del diámetro.

Respuesta: 1,193 m; 1,79 m

215. El área total de un cilindro recto y circular mide 31,40 cm^2, siendo su altura de 4 m. Calcular cuánto mide el radio.

Respuesta: 1 m

216. En un cilindro de revolución de 5 cm de altura se puede inscribir un paralelepípedo rectángulo cuya superficie lateral es de 250 cm^2. Si una de las dimensiones del rectángulo es de 16 cm, calcular el área lateral del cilindro.

Respuesta: $A_l = 288{,}21 cm^2$

CONOS Y TRONCOS DE CONOS

217. La generatriz de un cono de revolución mide $6\sqrt{2}\,cm$. Calcular el volumen, siendo la distancia del centro de la base a una generatriz igual a $3\sqrt{2}\,cm$.

Respuesta: 226,19 cm^3

218. La longitud de la circunferencia de la base de un cono de revolución es igual a la generatriz. Deducir la fórmula del volumen del cono en función del radio de la base.

Respuesta: $V = \frac{r^3}{3}\pi\sqrt{4\pi^2 - 1}$

219. Los radios de bases de un tronco de cono de revolución miden 6 dm y 4 dm. Sabiendo que el área total es el doble del área lateral, calcular la altura.

Respuesta: 4,8 dm

220. Un cono recto y circular de 12 dm de altura es cortado por un plano paralelo al de la base. Si el área de la sección determinada es al área de la base como 4 es a 9; la suma de los radios de la sección y de la base es igual a 15 dm, calcular el área lateral del cono.

Respuesta: 135π dm^2

221. Si la relación entre las áreas lateral y total de un cono de revolución es $\frac{61}{72}$ y el área de la base es igual a $121\pi\, cm^2$, hallar su volumen.

Respuesta: $2420\pi\, m^3$

222. Determinar el área de la sección paralela a la base de un cono recto y circular de 8 cm de altura, sabiendo que dicha sección se encuentra a 2,50 cm de la base, siendo el área de ésta de 30,50 cm^2.

Respuesta: 14,42 cm^2

223. Calcular el área total de un tronco de cono de revolución, cuyas circunferencias de bases miden, 18,84 cm y 31,40 cm y cuya altura es de 4 cm.

Respuesta: 219,05 cm^2

224. Calcular el área lateral de un tronco de cono recto y circular de 15 dm de altura y cuyos diámetros de bases miden, 4 dm y 20 dm.

Respuesta: 640,56 dm^2

225. Calcular la superficie engendrada por los catetos de un triangulo rectángulo que giran 360° alrededor de la hipotenusa, siendo los catetos de 4,05 m y 5,40 m.

Respuesta: 96,19 m^2

ESFERAS

226. Un punto de la superficie esférica dista 5 m de un plano tangente a la misma y 6 m del punto de tangencia. Calcular el volumen de la esfera.

Respuesta: $62{,}21\pi$ m^3

227. Un cilindro y un cono, ambos de revolución, tienen sus alturas y diámetros de bases iguales al diámetro de una esfera. Demostrar que los volúmenes del cono, de la esfera y del cilindro son proporcionales a los números 1, 2 y 3, respectivamente.

228. El área de un círculo máximo de una esfera es 1369π cm². Calcular el área de un círculo menor de la misma esfera situada a 12 cm del centro.

Respuesta: 1.225π cm²

229. En una esfera, un círculo menor de área 144π dm² dista 5 dm del centro de la misma. Calcular el volumen de la esfera.

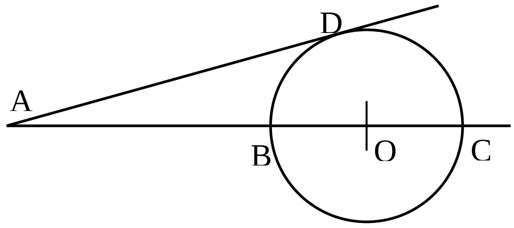
Respuesta: $\frac{8788\pi}{3}$ dm³

CUERPOS

230. Una esfera es tangente a las bases y a la superficie lateral de un tronco de cono de revolución, siendo los radios de las bases 36 y 16 m. Calcular el volumen del tronco.

Respuesta: 106.965 m³

231. Calcular el radio del semicírculo BCD para que el volumen que engendra al girar 360° alrededor de AC, sea igual al volumen engendrado por el triángulo AOD al girar alrededor del radio OD, siendo AO=2 m.



Respuesta: 0,894 m

232. Un cono y un cilindro, ambos de revolución y de la misma altura, tienen igual área lateral, y los desarrollos de sus superficies laterales son un sector circular de 120° de ángulo central y un rectángulo de 4 m de base. Determinar la altura común de los dos cuerpos.

Respuesta: h = 3,397 m

233. El vértice de un cono circunscrito en una esfera dista de ésta 4 m. Hallar el radio de la esfera, sabiendo que la cuarta parte de la superficie de ésta es igual a la superficie cónica limitada por la circunferencia de tangencia.

Respuesta: R = 6,472 m

234. El lado de la base de una pirámide regular cuadrangular mide 2 m. El lado de la base de un prisma regular cuadrangular mide **a** m. Sabiendo que ambos cuerpos tienen igual volumen, hallar el cociente entre la altura de la pirámide y el prisma.

Respuesta: $\frac{3}{4}$